International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 8.09 Impact factor
Volume-12| Issue-6| 2024 Published: |22-06-2024|

О ТОЧНОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ МНОГОРЕЖИМНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ УПРАВЛЕНИЯ КАК ЛОГИКО-ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

https://doi.org/10.5281/zenodo.12592979

Худайбердиев О.Ж., Тожиев И.И., Фозилов О., Юлдашев Х.Э.,

Аннотация

В данной статье обосновывается моделирования многорежимных технологических объектах управления (МТОУ) как логико-динамических систем(ЛДС) в интервальном варианте, т.к. при исследовании возможных источников возникновения и накопления погрешностей, влияющих на достоверность конечного результата моделирования жизненного цикла (ЖЦ) технологических объектах управления, недостаточна изучена в вычислительном аспекте.

Ключевые слова

Математическое моделирование, многорежимные технологические объекты управления, логико-динамические системы, логико-дифференциальные уравнения, методы интервального анализа.

При моделировании сложных систем, т.к. многоэтапных, многостадийных и многорежимных объектов, возникает трудности учета всех элементов данной системы, которые могут влиять на конечный результат. В таких случаях сложные системы рассматриваются как ЛДС. В процессе вычисления могут возникнуть различные погрешности и ошибки. Для единовременного учета всех возможных погрешностей и ошибок применяются методы интервального анализа.

1. Основные источники погрешностей численного моделирования многорежимных технологических объектах управления

Пакет динамических операций формируется из общей модели ЛДС заданием цели функционирования и пути перехода на гибридном графе макросостояний [1, 2]. Конечный результат реализации пакета динамических операций (общий вид численного решения логико-дифференциальных уравнений дан в [2,3]) может быть записан в виде:

$$X(t_N) = \prod_{i=1}^{N} K_i X(t_0) + \varepsilon, \qquad (1)$$

International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 8.09 Impact factor
Volume-12| Issue-6| 2024 Published: |22-06-2024|

где K_S - функционально-преобразованная матрица (ФПМ) фиксированного

s-го состояния системы, а ε - суммарная погрешность численного моделирования.

Представим K_S следующим образом:

$$K_S = E + P_S h_S / 1! + \ldots + P_S h_S / m! \approx \exp(P_S h_S c_S), \quad (2)$$

где P_S -матрица, которую с учётом линейности законов управления локальных *s*-го состояний $U_S = F_S X$ можно записать в виде $P_S = A_S + B_S F_S$: *m*- степень приближения ФМП K_S; h_S - шаг интегрирования; c_S - количество шагов интегрирования.

Ниже рассмотрим основные источники погрешностей численного моделирования МТОУ.

Суммарную погрешность моделирования ε можно расписать как:

$$\varepsilon = \varepsilon(\varepsilon_0, \sigma_s^{м}, \varepsilon_s^{л}, \varepsilon_s^{c}, \tilde{\varepsilon}_s).$$

где ε_0 - погрешность задания начальных условий $X(t_0)$, $\sigma_s^{м}$ погрешность математических моделей составных элементов или режимов МТОУ, $\varepsilon_s^{л}$ - погрешность линеаризации моделей локальных состояний, ε_S^{C} - погрешности численного метода интегрирования, $\tilde{\varepsilon}_S$ - погрешность округления.

Проанализируем значения составляющих суммарной погрешности ε.

Погрешности первого рода, т.е. ε_0 и $\sigma_s^{м}$ это погрешности неустранимые при помощи вычислительных методов.

1) Погрешность ε_0 возникает в процессе задания начальных условий $X(t_0)$. Она вносится информационно- измерительным комплексом (датчиками, преобразователями и т. д.) и должна быть ограничена. Как правило, приемлемой считается точность в приделах 1.5% от измеряемой величины.

2) Погрешность $\sigma_s^{м}$ определяет приближенность моделей локальных состояний МТОУ[28]:

$$\dot{X} = f_s(X, U_s, t), \qquad X(t_0) = X_0. \quad (3)$$

Объединение моделей вида (3) в модель динамической операции имеет смысл только при их адекватности. Погрешность логико-динамического описания многорежимного объекта $\sigma^L = \max \sigma_s^M \quad (s = \overline{1, N})$.

International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 8.09 Impact factor
Volume-12| Issue-6| 2024 Published: |22-06-2024|

3) Далее идут погрешности второго рода, уменьшаемые при помощи численных методов. Погрешность линеаризации $\varepsilon_s^л = 0(h_{sл}^2)$ моделей локальных состояний возникает при приведении (1.3) к виду

$$\dot{X} = A_s X + B_s U_s, \quad X(t_0) = X_0,$$

или с учетом (2), к виду

$$\dot{X} = P_s X, \quad X(t_0) = X_0.$$

Такая точность характерна для центральной конечно-разностной схемы, применяемой для аппроксимации якобианов. Погрешность $\varepsilon_s^л$ можно не учитывать, если получать решения по исходным нелинейным моделям локальных состояний (1.3).

4) В зависимости от применяемого численного метода погрешность интегрирования $\varepsilon_s^c = 0(h_s^{m+1})$ может колебаться от $0(h_s^2)$ - метод Эйлера, до $0(h_s^p)$ - например, метод Рунге-Кутта заданного порядка *p*.

5) Погрешность округления $\widetilde{\varepsilon}_s$ это погрешность третьего рода и вноситься ЭВМ. Ниже, в п.1.4., в рамках интервального анализа [5], будет проанализирована динамика распространения ошибок округления.

2. Значение составляющих погрешности ε при моделировании МТОУ на различных этапах ЖЦ

В зависимости от решаемых задач моделирования на различных стадиях ЖЦ влияние составляющих суммарной погрешности на точность конечного результата неодинаково.

1. Погрешности моделирования МТОУ на этапе НИР могут быть описаны следующим образом

$$\varepsilon = \sum_{s=1}^{N} \sigma_s^M \prod_{j=s+1}^{N} K_j. \qquad (4)$$

Начальные условия $X(t_0)$ обычно задаются «генеральным заказчиком», поэтому погрешности ε_0, информационно-измерительного комплекса, не учитываются.

2. Модели локальных состояний являются приближенными и поэтому $\sigma_s^м$ могут вносить основной вклад в конечный результат моделирования. Использование высоких степеней приближения для экспоненциальных матриц в условиях информационных недетерминированности об

особенностях объекта вносит необоснованные усложнения и, как правило, нецелесообразно. Однако, по мере увеличения степени изученности объекта, чему соответствует уменьшение $\sigma_s^м$ - неопределенности объекта на этапе проектирования, имеет смысл увеличить *m*- степень приближения ФПМ K_j, учитывать погрешности аппроксимации $\varepsilon_s^л$ и интегрирования ε_s^c, уменьшат h_s. Суммарную погрешность моделирования на этапе проектирования можно расписать в виде:

$$\varepsilon = \sum_{s=1}^{N} (\sigma_s^M + E\varepsilon_s^л + h_s\varepsilon_s^c) \prod_{j=s+1}^{N} K_j . \tag{5}$$

3. Учитывая хорошую разработанность и высокую точность методов вычислительной математики, суммарную погрешность моделирования МТОУ с целью прогнозирования процессов функционирования при решении задач эксплуатации можно упрощенно записать в виде:

$$\varepsilon = \prod_{j=2}^{N} K_j \varepsilon_0 + \sum_{s=1}^{N} \sigma_s^M \prod_{j=s+1}^{N} K_j . \tag{6}$$

В процессе эксплуатации наши знания об объекте увеличиваются, и погрешность $\sigma_s^м$ уменьшается. Используя высокоточные приборы и корректируя измерительно-информационный комплекс, можно добиться уменьшения погрешности ε_0. При малых погрешностях начальных условий и моделей МТОУ необходимо учитывать погрешности линеаризации и интегрирования. Суммарная погрешность моделирования может быть записана в виде:

$$\varepsilon = \prod_{j=2}^{N} K_j \varepsilon_0 + \sum_{s=1}^{N} (\sigma_s^M + E\varepsilon_s^л + h_s\varepsilon_s^c) \prod_{j=s+1}^{N} K_j . \tag{7}$$

3. О целесообразности моделирования МТОУ методами интервального анализа

Проведенный выше качественный анализ погрешностей моделирования показывает причины их возникновения и накопления на различных этапах ЖЦ МТОУ. Однако, при расчетах на ЭВМ принципиально присутствуют погрешности третьего рода, не учтенные в (4)-(7). Для автоматического учета всех видов погрешностей можно использовать методы интервального анализа, что позволяет записать реализацию пакета динамических операций (общий вид численного решения логико-дифференциальных уравнений), аналогичную (1), в виде:

International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 8.09 Impact factor
Volume-12| Issue-6| 2024 Published: |22-06-2024|

$$\dot{\mathbf{X}} = \prod_{s=1}^{N} \mathbf{K}_s \mathbf{X}(t_0). \qquad (8)$$

где шрифт «жирный» означает интервальность данной величины.

1. Методы интервального анализа целесообразно применять в задачах проектирования, чтобы определить возможные разбросы характеристик (выходных значений) изготавливаемого МТОУ. Параметры объекта задаются точечно, но вследствие монтажа его из серийно изготавливаемых подсистем с определенными допусками, классами точности при сборке мы получаем МТОУ с различными системными динамическими свойствами (маневренность, способность выдерживать перегрузки, КПД, экономичность и т.д.).

Процессы в МТОУ можно описать соотношением:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{P_s}\, \mathbf{X}(t), \qquad \mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0.$$

При применении методов интервального анализа существенным является оптимальное выделение интервальных переменных и параметров, задание оптимальных интервальных расширений, наличие адекватной машинной арифметики [43,90,91].

2. При решении задач эксплуатации МТОУ приходится прогнозировать последствий принимаемых решений U_s на основе уточненных адекватных моделей P_s и показаний приборов $[X(t_0)]$. Модель ЛДС без учета внешних воздействий, которая имеет решение вида (1.8), выглядит следующим образом:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{P_s}\, \mathbf{X}(t), \qquad \mathbf{X}(t_0) \in \mathbf{X}_0.$$

С учётом внешних воздействий $\lambda_s \subset \Lambda$ модель ЛДС теперь может быть записана как:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{P_s}\, \mathbf{X}(t) + \lambda, \qquad \mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0.$$

Решением этой модели будет иметь вид:

$$\mathbf{X}(\mathrm{t_N}) = \prod_{s=1}^{N} \mathbf{K}_s \mathbf{X}(t_0) + \sum_{i=1}^{N} h_i \prod_{j=i+1}^{N} \mathbf{K}_j \sum_{p=0}^{C_i-1} \mathbf{D}^{C_i-p} \lambda_i(p h_i).$$

Погрешность σ_s^M моделей в процессе эксплуатации уменьшаются, но с другой стороны необходимо учитывать износ оборудования, изменения характеристик приборов и т.д., что позволяет рассматривать процессы функционирования МТОУ в классе интервальных объектов [5-7]. В [7-9] можно найти примеры синтеза интервальных моделей, а также алгоритмы их решения. В свою очередь, принципиально новыми существенными являются интервальные подходы учета и анализа влияния этих ошибок на конечный результат.

Вывод

Таким образом, в данной статье обоснованы применение методов интервального анализа для учета всевозможных погрешностей и их влияния на конечный результат. Причем, интервальные подходы учета и анализа влияния этих ошибок можно уменьшить, если тщательно подобрать вычисляемых интервалов.

ЛИТЕРАТУРА

]

1. Абдукадыров А.А. О точности моделирования логико-динамических систем. //В сб. Вопросы кибернетики. Техническая кибернетика и теория информации. Ташкент. -1986. Вып.133. -С. 50-55.

2. Абдукадыров А.А., Камбаров А.С. О численном моделировании логико-динамических систем. //В сб. вопросов выч. и прикл. математики. Алгоритмизация и оптимизация. Ташкент. -1987. Вып. 83. -С. 33-39.

3. Абдукадыров А.А. Логико-динамическое моделирование и управление многорежимными техническими системами. //Дисс. кан. тех.наук. –Ташкент. АН УзССР Уз. НПО «Кибернетика». -1989. -145с.

4. Жук К.Д., Каххаров Т.К. Исследование устойчивости систем логико-динамического класса в задачах системного проектирования. Ташкент: ФАН, 1982. -156с.

5. Калмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х. Методы интервального анализа. -Новосибирск: Наука, I986. -224 с.

6. Добронец Б.С. Оптимизация вычислительных затрат при построении двусторонних решений. // Выч. технол. Новосибирск. -1998. №2. -С.3-10

7. Дидук Г.А. Машинно-ориентированные методы исследования и проектирования систем управления: Учеб. пос. -Л.: СЗПИ., 1988. -58с.

8. Добронец Б.С., Шайдуров В.В. Двусторонние численные методы. Новосибирск.: Наука, 1990. -208с.

9. Абдукадыров А.А., Худайбердиев О.Ж., Юлдашев З.Х. Логико-динамические модели и интервальные методы исследования многорежимных объектов.-Т.:1996, 17с. –Деп. в ГФНТИ ГКНТ РУз. от 14.06.96, №2560.