International Journal of Education, Social Science & Humanities. Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 8.09 Impact factor
Volume-12| Issue-5| 2024 Published: |22-05-2024|

FAQATGINA INTEGRAL OSTIDAGI FUNKSIYA VA UNING HOSILALARINING QIYMATLARIGINA ISHTIROK ETUVCHI KVADRATURA FORMULALARI VA ULARNI O‘QITISH TO‘G‘RISIDA

https://doi.org/10.5281/zenodo.11245988

N. Ismoilova
assistant.
R. Djurakulov
m.f.n., dotsent.

Annotatsiya

Maqolada faqatgina integral ostidagi funksiya va uning hosilalarigina ishtirok etuvchi kvadratura formulalarini qurish, ularning xususiyatlarini hamda mavzuni o‘qitish masalalari haqida so‘z yuritiladi.

Аннотация

В статье речь идет о квадратурных формулах в которых используются значения подинтегральной функции и её производных только в двух концевых точках интегрирования и о её обучении.

Annotation

The article talks about the quadrature formulas and their teaching, which involve only the function under the integral and its derivatives.

Kalit so‘zlar

Kvadratura formulasi, hisoblash matematikasi, aniq integral, ikki nuqtali formula, bir nuqtali formula, eng yaxshi formula, aniqlik darajasi.

Ключевые слова

Квадратурная формула, вычислительная математика, определённый интеграл, двухточечная формула, одноточечная формула, степень точности.

Key words

Quadrature formula, computational mathematics, definite integral, two point formula, one point formula, best formula, degree of exactness.

Hisoblash matematikasi matematikaning shunday sohasiki, bunda amaliy ahamiyatga ega bo‘lgan har qanday misol yoki masala qanday usul bilan bo‘lmasin yechimda son natijagacha yetkaziladi. Jumladan, integrallarni, xususan aniq integrallarni taqribiy hisoblash va ular uchun tegishli formulalar qurish masalalari ham qiziqarliligi jihatidan hisoblash matematikasida o‘ziga xos o‘rin egallaydi. Matematika tarixida, asrlar davomida, masalan “tenglamalarni butun sonlarda yechish", "tub sonlar" to'g'risidagi yoki "Fermaning buyuk teoremasi" deb ataluvchi qator masalalar ko'plab atoqli olimlarning diqqat – e'tibori, qiziqishlarini o'ziga tortib keldi. Boshqacha aytganda, sonlar nazariyasi matematikada qanday qiziqish darajasiga ega bo'lgan bo'lsa, "kvadratura", ya'ni taqribiy integrallash nazariyasi ham shunga o'xshash, hisoblash matematikasida o'ziga nisbatan kuchli qiziqish uyg'otib kelgan tarmoq hisoblanadi. Aniq integralning son qiymati yuzani anglatganligi uchun ham bir karrali integralni taqribiy hisoblash masalasi ko'pincha qisqacha "kvadratura" masalasi deb ham yuritiladi [1].

Kvadratura formulalarini qisqacha sharhlaydigan bo'lsak, avvalo, eng sodda, ya'ni to'g'ri to'rtburchaklar, trapetsiyalar, shuningdek, Simpson formulalarini keltirish mumkin. Bundan tashqari interpolyatsion formulalar deb ataluvchi formulalarni ko'rsatish mumkinki, bu formulalarning barchasi integrallash oralig'ida tanlab olingan tugun nuqtalar va funksiyaning shu nuqtalardagi qiymatlariga asoslanib, qurilgan formulalardir. Bu to'g'rida mufassalroq, mas. qar: [1-2].

Kvadratura formulalarining yana bir turi borki, ular o'z tuzilishi va qurilish uslubiga ko'ra alohida qiziqish uyg'otishi tabiiydir [2-6]. Aynan shu turdagi kvadratura formulalarini qurish sohasining o'zida ham masalaning qo'yilishiga bog'liq holda ikki xil yondashish mavjud.

Masalan, [3] da qaralgan formula ham bo'laklab integrallash formulasini ketma – ket qo'llashga asoslangan bo'lib, natijada shakllangan qoldiq had

$$R_n(x) = C(n) f^{(2n)}(x)$$

tarkibida $C_0, C_1, C_2, \ldots C_{2n-1}$ noma'lum o'zgarmaslar hosil bo'ladi va bu noma'lumlar ko'p o'zgaruvchili funksiya ekstremumlarini topish qoidalariga ko'ra aniqlanadi. Ya'ni bunda noma'lum o'zgarmaslarning topilgan qiymatlarida yuqoridagi qoldiq had $R_n(x)$ o'zining eng kichik qiymatiga erishadi. Shu yo'l bilan qurilgan formula integral ostidagi $f(x)$ funksiya mansub sinfga tegishli bo'lgan funksiyalar uchun "eng yaxshi" kvadratura formulasi deb ataladi.

Aynan shu yo'nalishga mansub kvadratura formulasi qurishning yana bir uslubi mavjudki, bunday formulalar $2n-1$ darajali ko'phadlarni aniq integrallaydi va shuning uchun ham ular eng yuqori aniqlik drajasiga ega bo'lgan kvadratura formulalari deb ataladi.

Maqolada o'rganilayotgan kvadratura formulasini qurishda avvalgidek bo'laklab integrallash formulasini ketma – ket qo'llashga emas, balki $2n-1$ darajagacha ega bo'lgan ko'phadlarni integrallashga asoslanadi. Bunda ketma – ket integrallash natijasida hosil bo'lgan $2n$ ta o'zgarmas noma'lumli, chiziqli tenglamalar sistemasi yechilib, kvadratura formulasining noma'lum koeffitsiyentlari aniqlanadiki, bu formulalar [5] dagi formulalardan butunlay farq qiladi. Quyida shu formulalarning ba'zi xususiy hollari bilan tanishamiz.

Ikki nuqtali formulaning umumiy koʻrinishi:

$$J=\int_0^1 f(x)dx \approx \sum_{k=0}^{n-1}\left[A_k f^{(k)}(0)+B_k f^{(k)}(1)\right].$$

Chap bir nuqtali formula

$$J_n^0=\sum_{k=0}^{2n-1} A_k^0 f^{(k)}(0) \;;$$

$$J_2^0=A_0 f(0)+A_1 f'(0)+A_2 f''(0)+A_3 f'''(0) \;;$$

$$J_3^0=A_0 f(0)+A_1 f'(0)+A_2 f''(0)+A_3 f'''(0)+A_4 f^{IV}(0)+A_5 f^{V}(0) \;;$$

$$J_4^0=A_0 f(0)+A_1 f'(0)+A_2 f''(0)+A_3 f'''(0)+A_4 f^{IV}(0)+A_5 f^{V}(0)+A_6 f^{VI}(0)+A_7 f^{VII}(0) \;.$$

Oʻng bir nuqtali formula

$$J_n^1=\sum_{k=0}^{2n-1} B_k^0 f^{(k)}(1) \;;$$

$$J_2^1=B_0 f(1)+B_1 f'(1)+B_2 f''(1)+B_3 f'''(1) \;;$$

$$J_3^1=B_0 f(1)+B_1 f'(1)+B_2 f''(1)+B_3 f'''(1)+B_4 f^{IV}(1)+B_5 f^{V}(1) \;;$$

$$J_4^1=B_0 f(1)+B_1 f'(1)+B_2 f''(1)+B_3 f'''(1)+B_4 f^{IV}(1)+B_5 f^{V}(1)+B_6 f^{VI}(1)+B_7 f^{VII}(1) \;.$$

Misol sifatida solishtirish uchun ushbu

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x}=\ln 2=0{,}63315$$

aniq qiymat va yuqoridagi taqribiy formulalar bilan olingan natijalar keltirilgan:

$$J_2^0=0{,}61666,\quad J_3^0=0{,}63453,\quad J_4^0=0{,}68394,\quad J_2^1=0{,}65156,\quad J_3^1=0{,}68616,\quad J_4^1=0{,}68772.$$

Natijalarning qandayligidan qat'iy nazar bu mavzuni darsdan tashqari masalan toʻgarak mashgʻulotlarda talaba – oʻquvchilarga havola etish yoki shuningdek ilmiy masala sifatida topshirish mumkinki, bu ularning ijodiy rivojlanishlari uchun muhimligi shubhasizdir.

ADABIYOTLAR

1. Крылов В.И. Приближенное вычисление интегралов. М., «Наука», 1967.

International Journal of Education, Social Science & Humanities. Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 8.09 Impact factor
Volume-12| Issue-5| 2024 Published: |22-05-2024|

2. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. м. физматгиз, 1961.

3. Левин М.И. Об одной наилучшей формуле с весовой функцией. Журнал вычислит. матем. и матем. физики, 1965, т.5, №3.

4. Рамский Ю. С. Об одной формуле приближенного интегрирования функций, имеющих логарифмическую особенность. Вычислительная и прикладная математика. Изд. Киевского ун – та, вып. 20, 1973.

5. Джуракулов Р. О некоторых квадратурных формулах наивысшей алгебраической степени точности. Вопросы вычислительной и прикладной математики, вып.42, Ташкент, 1976.

6. Djurakulov R., Ismoilova N.I. Differensial kvadratura formulalari va ularni oʻqitish toʻgʻrisida. AQXAI. 2024, may.

7. Djurakulov R., Ismoilova N.I. SANOQ SISTEMALARI: ASPEKTLAR VA OʻQITISH. FAN, TAʼLIM VA AMALIYOT INTEGRATSIYASI ISSN: 2181-1776 Jild: 03 | Nashr: 04 | април 2022.