International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 8.09 Impact factor
Volume-12| Issue-12| 2024 Published: |22-12-2024|

BA'ZI IKKINCHI TARTIBLI XUSUSIY HOSILALI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI TURI SAQLANADIGAN SOHADA KANONIK KO'RINISHGA KELTIRISH HAQIDA

https://doi.org/10.5281/zenodo.14537450

M.M.Sulaymonov
Qo'qon DPI matematika kafedrasi
O'qituvchisi

Annotatsiya

Ushbu maqolada ba'zi ikkinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalarni turi saqlanadigan sohada kanonik ko'rinishga keltirish bayon qilingan.

Tayanch iboralar

Funksiya, ko'p o'zgaruvchli funksiya, hosila, xususiy xosila, differensial tenglama,

Ta'rif: E^2 fazoda ikkinchi tartibli xususiy hosilalari mavjud qandaydir $u(x,y)$ funksiya berilgan bo'lsin ($u_{xy} = u_{yx}$). U holda

$$F(x,y,u,u_x,u_y,u_{xx},u_{xy},u_{yy}) = 0 \qquad (1)$$

tenglama umumiy holda berilgan xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi.

Bu yerda F - qandaydir funksiya.

Xuddi shunga o'xshash ko'p erkli o'zgaruvchili ikkinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglama quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$F(x_1,x_2,...,x_n,u,u_{x_1},u_{x_2},...,u_{x_n},...,u_{x_ix_j},...) = 0. \qquad (2)$$

Ta'rif: Ikkinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglama yuqori tartibli hosilalarga nisbatan chiziqli deyiladi, agarda u yuqori tartibli hosilalarga nisbatan ushbu ko'rinishga ega bo'lsa:

$$a_{11}(x,y)\cdot u_{xx} + 2a_{12}(x,y)\cdot u_{xy} + a_{22}(x,y)\cdot u_{yy} + F(x,y,u,u_x,u_y) = 0. \qquad (3)$$

Ta'rif:

$$a_{11}dy^2 - 2a_{12}dxdy + a_{22}dx^2 = 0 \qquad (4)$$

tenglama (3) tenglamaning xarakteristik tenglamasi deyiladi.

International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 8.09 Impact factor
Volume-12| Issue-12| 2024 Published: |22-12-2024|

Ta’rif: Agar qandaydir D sohada $a_{12}^2 - a_{11} \cdot a_{22} > 0$ bo‘lsa, (3) tenglama giperbolik turga qarashli, agar D sohada $a_{12}^2 - a_{11} \cdot a_{22} < 0$ bo‘lsa, berilgan (3) tenglama elliptik turga qarashli, agar D sohada $a_{12}^2 - a_{11} \cdot a_{22} = 0$ bo‘lsa, parabolik turga qarashli deyiladi. Shunday qilib, $a_{12}^2 - a_{11} \cdot a_{22}$ ifodaning ishorasiga qarab (3) tenglamani quyidagi kanonik ko‘rinishlarga keltirilishi mumkin ekan.

$a_{12}^2 - a_{11} \cdot a_{22} > 0$ (giperbolik turda), $u_{xx} - u_{yy} = \Phi$ yoki $u_{xy} = \Phi$.

$a_{12}^2 - a_{11} \cdot a_{22} < 0$ (elliptik turda), $u_{xx} + u_{yy} = \Phi$.

$a_{12}^2 - a_{11} \cdot a_{22} = 0$ (parabolik turda) $u_{xx} = \Phi$.

Bu yerda Φ soddalashtirish natijasida hosil bo‘lgan funksiya.

1- Misol. Quyidagi tenglamani kanonik ko‘rinishga keltiraylik:

u_{xx}-$2u_{xy}$-$3u_{yy}$+u_y=0.

$a_{12} = -1,\ a_{11} = 1,\ \ a_{22} = -3$- tenglama koeffisiyentlari. $\Delta = a_{12}^2 - a_{11} \cdot a_{22}$ ifodaning kiymatini hisoblaymiz. $\Delta = 4 > 0$, demak tenglama giperbolik turga tegishli. (4) xarakteristik tenglamani yechamiz.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-1+2}{1} = 1 \Rightarrow x - y = C \ , \ \frac{dy}{dx} = \frac{-1-2}{1} = -3 \Rightarrow 3x + y = C$$

Umumiy integrallardan birini ξ va ikkinchisini η bilan belgilab, formulalardan foydalanib hisoblashlarning natijalarini berilgan tenglamaga keltirib qo‘yib, soddalashtirishlardan so‘ng tenglamaning quyidagi kanonik ko‘rinishini hosil qilamiz:

$$u_{\xi\eta} - \frac{1}{16}(u_\xi - u_\eta) = 0.$$

2-Misol. Quyidagi tenglama berilgan bo‘lsin:

$$u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{yy} + 4u_{yz} + 5u_{zz} = 0.$$

Ushbu tenglamaga mos xarakteristik kvadratik forma $Q = \lambda_1^2 + 2\lambda_1\lambda_2 + 2\lambda_2^2 + 4\lambda_2\lambda_3 + 5\lambda_3^2$ ko‘rinishda bo‘ladi. Bu kvadratik formani, masalan, Lagranj usulidan foydalanib kanonik ko‘rinishga keltiramiz: $Q = (\lambda_1 + \lambda_2)^2 + (\lambda_2 + 2\lambda_3)^2 + \lambda_3^2$. Quyidagi belgilashlar kiritamiz:

$$\mu_1 = \lambda_1 + \lambda_2;\ \mu_2 = \lambda_2 + 2\lambda_3;\ \mu_1 = \lambda_3 \qquad (5)$$

va natijada Q formani kanonik ko‘rinishga keltiramiz: $Q = \mu_1^2 + \mu_2^2 + \mu_3^2$.

(5) tengliklardan λlarni topib olamiz. Shunday qilib, $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ matrisali

quyidagi xosmas affin almashtirishlari: $\lambda_1 = \mu_1 - \mu_2 + 2\mu_3$, $\lambda_2 = \mu_2 - 2\mu_3$, $\lambda_3 = \mu_3$ Q formani kanonik koʻrinishga keltiradi: $Q = \mu_1^2 + \mu_2^2 + \mu_3^2$.

Berilgan differensial tenglamani kanonik koʻrinishga keltiradigan xosmas affin almashtirishining matrisasi M matrisaga simmetrik boʻlgan matrisa boʻladi: $M^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, bu almashtirish quidagi koʻrinishga ega:

$\xi = x;\ \eta = -x + y;\ \zeta = 2x - 2y + z$.

Shulardan va $u(x, y, z) = v(\xi, \eta)$ belgilashdan foydalanib, quyidagilarni topamiz:

$u_{xx} = v_{\xi\xi} + v_{\eta\eta} + 4v_{\zeta\zeta} - 2v_{\xi\eta} + 4v_{\xi\zeta} - 4v_{\eta\zeta}$;

$u_{yy} = v_{\eta\eta} + 4v_{\zeta\zeta} - 4v_{\eta\zeta}$; $u_{zz} = v_{\zeta\zeta}$;

$u_{xy} = -v_{\eta\eta} - 4v_{\zeta\zeta} + v_{\xi\eta} - 2v_{\xi\zeta} + 4v_{\eta\zeta}$; $u_{yz} = -2v_{\zeta\zeta} + v_{\eta\zeta}$.

Topilgan ifodalarni tenglamaga etib qoʻyib, soddalashtirishlar bajargandan soʻng, berilgan tenglamaning kanonik koʻrinishini olamiz:

$v_{\xi\xi} + v_{\eta\eta} + v_{\zeta\zeta} = 0$.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. Салохиддинов М. Математик физика тенгламалари. Т., «Узбекистон», 2002.

2. Тешабоева Н.Х. Математик физика методлари. Т.,1988.

3. АБДУНАЗАРОВА, ДИЛФУЗА ТУХТАСИНОВНА. "МАНЗУРА СОБИРОВНА ПАЙЗИМАТОВА, and МИРСАИД МУХИДДИН УГЛИ СУЛАЙМОНОВ."." *ПРОБЛЕМА ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ ПЕДАГОГОВ К ИННОВАЦИОННОЙ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТ." Молодежь и XXI век-2015* (2015).

4. Sulaymonov, M. M., and M. M. Otaboev. "SOME SECOND ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS FUNCTIONALLY INVARIANT SOLUTIONS." *Open Access Repository* 8.12 (2022): 584-591.

5. Yigitalievich, Akbarov Ummatali, and Sulaimonov Mirsaid. "SYSTEM OF EQUATIONS OF COUPLED DYNAMIC PROBLEMS OF A VISCOELASTIC SHELL IN A TEMPERATURE FIELD." *Galaxy International Interdisciplinary Research Journal* 10.12 (2022): 298-303.

6. Sulaymonov, Mirsaid Muxiddin o'g'li. "GEOGEBRA DASTURI VOSITASIDA PLANIMETRIYA MAVZULARIDA MA'RUZA MASHG'ULOTINI

TASHKIL ETISH." *Central Asian Research Journal for Interdisciplinary Studies (CARJIS)* 2.6 (2022): 35-40.

7. Пайзиматова, Манзура Собировна. "Абдуназарова Дилфуза Тухтасиновна, Сулаймонов Мирсаид Мухиддин угли теория и методика обучения математике как самостоятельная научная дисциплина Сборник научных статей 3-й Международной молодежной научной конференции: в 2-х томах." *Том* 1: 3-8.

8. Muxiddin oʻgʻli, Sulaymonov Mirsaid. "Kasr tartibli differensial operator ishtirok etgan integro-differensial tenglamalar uchun integral shartli masalalar." *Journal of Science-Innovative Research in Uzbekistan* 1.8 (2023): 155-160.

9. АБДУНАЗАРОВА, ДИЛФУЗА ТУХТАСИНОВНА, МАНЗУРА СОБИРОВНА ПАЙЗИМАТОВА, and МИРСАИД МУХИДДИН УГЛИ СУЛАЙМОНОВ. "ПРОБЛЕМА ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ ПЕДАГОГОВ К ИННОВАЦИОННОЙ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТ." *Молодежь и XXI век-2015*. 2015.